

درسنامه ۱: یادآوری عددهای اول

صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ ریاضی هشتم

در سال گذشته یاد گرفتیم اعدادی را که برای شمارش از آن‌ها استفاده می‌کنیم، اعداد طبیعی می‌گویند. بنابراین اعداد طبیعی عبارتند از:

۱, ۲, ۳, ۴, ...

تعریف عدد اول: به هر عدد طبیعی که به غیر از یک و خودش، بر هیچ عدد طبیعی دیگری بخش پذیر نباشد، یک عدد اول می‌گوییم. مانند:

۲, ۳, ۵

در واقع می‌توانیم بگوییم، «اعداد اول اعدادی هستند که فقط دو شمارنده دارند که این دو شمارنده عبارتند از عدد یک و خود آن عدد.»

سؤال با نوشتن شمارنده‌ها، مشخص کنید کدامیک از اعداد ۱۲ و ۱۳ عددی اول است؟

پاسخ

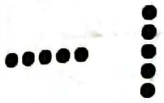
عددی اول است. ۱۳: ۱, ۱۳

۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

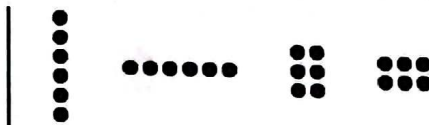
نکته ۱۱۱ اعداد اول فقط دارای دو آرایش مستطیلی هستند که یکی از آن‌ها یک خط افقی و دیگری یک خط عمودی است.

مثال: آرایش مستطیلی اعداد ۵ و ۶ را مشخص کنید و تعیین کنید کدامیک از آن‌ها عددی اول است؟

حل: ○



آرایش مستطیلی عدد ۵



آرایش مستطیلی عدد ۶

بنابراین عدد ۵ دارای دو آرایش مستطیلی است که عددی اول است.

توجه ۱۱۱ تعداد آرایش‌های مستطیلی هر عدد مرکب بیش از دو آرایش است. مانند عدد ۶ که دارای چهار آرایش مستطیلی است.

نکته ۱۱۱ اعداد اول را نمی‌توان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک نوشت. مثال:

عدد اول است. $17 = 1 \times 17$

عدد اول نیست. $18 = 2 \times 9$

نکته ۱۱۱ اگر عددی اول باشد، در میان مضرب‌های آن، فقط خود آن عدد، عددی اول است.

مثال: در میان مضرب‌های عدد ۱۱ چند عدد اول وجود دارد؟

حل: مضرب‌های عدد ۱۱ عبارتند از: $1, 11, 22, 33, \dots$ که فقط عدد ۱۱ عددی اول است.

نکته ۱۱۱ تنها شمارنده اول یک عدد اول، خود آن عدد است.

مثال: شمارنده‌های اول عدد ۱۷ را بنویسید.

حل: ○

۱, ۱۷: شمارنده‌های عدد ۱۷

۱۷: شمارنده اول عدد ۱۷

تعریف عدد مرکب: عددی که به جز یک و خودش بر عدد طبیعی دیگری نیز بخش پذیر باشد، «عدد مرکب» نام دارد. مانند اعداد:

۴, ۶, ۸, ۹, ۱۰

سؤال چرا عدد ۹ عددی مرکب است؟

پاسخ زیرا به جز ۱ و ۹ بر عدد ۳ نیز بخش پذیر است.

نکته ۱۱۱ هر عدد مرکب را می‌توانیم به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ بنویسیم. مثال:

$4 = 2 \times 2$

$6 = 2 \times 3$

$8 = 2 \times 4$

$9 = 3 \times 3$

نکته ۱۱۱ عدد ۱ نه عددی اول است و نه عددی مرکب زیرا نه ویژگی اعداد اول را دارد و نه ویژگی اعداد مرکب را. بنابراین:

اعداد طبیعی را می‌توان به سه بخش زیر تقسیم کرد:

(الف) اعداد اول

(ب) اعداد مرکب

(ج) عدد ۱

عدد یک	اعداد مرکب
اعداد اول	

سوال آیا از تعداد شمارنده‌های یک عدد طبیعی می‌توانیم عدد اول و یا مرکب بودن آن را تشخیص دهیم؟
پاسخ بله. اگر عددی فقط دو شمارنده داشته باشد عدد اول است و اگر بیش‌تر از دو شمارنده داشته باشد، عددی مرکب است و عدد یک نیز تنها یک شمارنده دارد.
سوال با توجه به شمارنده‌های اعداد زیر، اول یا مرکب بودن آن‌ها را مشخص کنید.

- ۱۱: ۱, ۱۱
 ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲
 ۱۳: ۱, ۱۳
 ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

پاسخ اعداد ۱۱ و ۱۳ فقط دو شمارنده دارند. بنابراین اعدادی اول هستند اما تعداد شمارنده‌های اعداد ۱۲ و ۱۴ بیش‌تر از دو شمارنده است، بنابراین اعدادی مرکب به شمار می‌روند.

نکته ۱۱۱ در بین شمارنده‌های هر عدد مرکب، حداقل یک عدد اول وجود دارد.
 مثال: شمارنده‌های اول اعداد ۴ و ۱۲ و ۳۰ را بنویسید.

حل: ۰

۲: شمارنده‌های اول عدد ۴

۲, ۳: شمارنده‌های اول عدد ۱۲

۲, ۳, ۵: شمارنده‌های اول عدد ۳۰

نکته ۱۱۱ اگر عددی مرکب باشد، تمامی مضرب‌های آن، اعدادی مرکب هستند و اگر عددی اول باشد، تمامی مضرب‌های آن به‌جز خود آن عدد، اعدادی مرکب هستند.

تعریف دو عدد نسبت به هم اول: اگر ب.م.م دو عدد a و b برابر با ۱ باشد، می‌گوییم این دو عدد نسبت به هم اول هستند و آن را به‌صورت $(a, b) = 1$ نشان می‌دهیم.

سوال با توجه به ب.م.م هر جفت از اعداد داده شده، مشخص کنید کدام جفت از این اعداد، نسبت به هم اولند؟

- الف) (۶, ۹) ب) (۳, ۹) ج) (۹, ۱۰) د) (۱۵, ۱۰)

پاسخ ب.م.م اعداد ۹ و ۱۰، برابر با ۱ شده است؛ بنابراین این اعداد نسبت به هم اولند.

- الف) $(6, 9) = 3$ ب) $(3, 9) = 3$ ج) $(9, 10) = 1$ د) $(15, 10) = 5$

نکته ۱۱۱ هر دو عدد طبیعی متوالی (مانند ۹ و ۱۰) همواره نسبت به هم اولند.

نکته ۱۱۱ هر دو عدد اول مختلف (مانند ۵ و ۱۱) همواره نسبت به هم اولند.

نکته ۱۱۱ هر عدد اول با یک عدد دیگر که مضرب این عدد اول نباشد، نسبت به هم اولند.

سوال در جای خالی زیر، چهار عدد مختلف به‌گونه‌ای قرار دهید که:

۱۵,

الف) نسبت به هم اول باشند.

ب) نسبت به هم اول نباشند.

الف) ۷, ۸, ۱۱, ۱۳

ب) ۹, ۱۰, ۱۲, ۲۰

نکته ۱۱۱ مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد طبیعی، همواره عددی فرد است.

نکته ۱۱۱ تنها عدد اول زوج عدد ۲ است.

سوال اگر مجموع دو عدد اول برابر با ۹۹ باشد، حاصل ضرب این دو عدد چند است؟

پاسخ با توجه به اینکه مجموع دو عدد، برابر با عددی فرد شده است، حتماً یکی از آن‌ها زوج بوده است و با توجه به نکته قبل این عدد قطعاً عدد ۲ و

عدد دیگر نیز ۹۷ بوده است. پس:

$$97 \times 2 = 194$$

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)

۳ مرکب و فرد

۷۴. ۳ عدد $5^{12} - 3$ عددی ... است. (کامل ترین گزینه را انتخاب کنید).

۳ اول و فرد

۲ مرکب

۱ اول

۷۵. چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف) اگر n عددی اول باشد، تنها شمارنده n که عددی اول است، خود n است.

ب) اگر n یک عدد طبیعی باشد، 2^n فقط یک شمارنده اول دارد.

ج) اگر a و b نسبت به هم اول باشند، آن گاه a^m و b^m نیز نسبت به هم اولند. ($m \in \mathbb{N}$)

د) اگر n عددی اول نباشد، عددی مرکب است.

ه) اگر a و b فرد باشند، $a^m + b^n$ عددی مرکب است. ($a \neq b$ و m و n اعداد طبیعی هستند).

۲ (۳)

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، تمرین ۵)

۳ مضرب ۵

۳ عدد مرکب

۷۵. ۱۷ عدد $2015^{17} + 1393^{17}$ چه نوع عددی است؟

۲ عدد فرد

۱ عدد اول

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، تکمیل تمرین ۵)

۳ 125^{90}

۳ $15^5 + 2^2 + 3^5$

۷۶. کدام یک از اعداد زیر، اول است؟

۲ $7^{11} \times 3^5$

۱ $3^2 - 2^3$

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۳)

۷۷. در اعداد نوشته شده زیر، چند عدد اول متفاوت وجود دارد؟

$17^{20}, (13^{17} + 19^{17}), -3, \sqrt{49}, 1, 41, \frac{14}{2}, 123123$

۵ (۳)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۶)

۴ (۳)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۷۸. کوچکترین شمارنده اول عدد $17^{17} + 19^{19}$ چیست؟

(صفحه های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی)

۴ $55/5$

۳ 110

۲ $45/5$

۱ 91

۷۹. سه برابر حاصل ضرب دو عدد اول 273 است. نصف مجموع آن‌ها کدام است؟

(صفحه های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی)

۶ (۳)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۸۰. a و b دو عدد اول هستند؛ $[a, b]$ چند شمارنده مثبت دارد؟



پیمانه ۹

سری ۲

صفحه های ۲۰ تا ۲۳ ریاضی هشتم

یادآوری عددهای اول

(صفحه ۲۰ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)

۴ (۳)

۳ (۲)

۸۱. ۴۸۰ دارای چند شمارنده اول است؟

۳ (۲)

۵ (۱)

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین های ۲ و ۳)

۴ (۳)

۹ (۳)

۱۳ (۲)

۸ (۱)

۸۲. بین اعداد ۱۰ تا ۶۰ چند عدد اول وجود دارد که رقم دهگان آن‌ها از رقم یکان آن‌ها کم تر است؟

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۲)

۴ 7.76

۳ 7.80

۲ 7.75

۱ 7.74

۸۳. چند درصد از اعداد ۱ تا ۱۰۰ مرکب هستند؟

(صفحه های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با متن)

۴ صفر

۳ (۲)

۱ (۲)

۲ (۱)

۸۴. چند عدد اول ۳ رقمی وجود دارد که مجموع ارقام آن‌ها ۱۲ است؟

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)

۳ 113

۳ 87

۲ 103

۱ 94

۸۵. اختلاف دو عدد اول ۹۹ می‌باشد. مجموع این دو عدد چند است؟

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)

۴ 480

۳ 206

۲ 582

۱ 202

۸۶. هفت برابر مجموع دو عدد اول 721 شده است. حاصل ضرب این دو عدد اول کدام است؟

(صفحه های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با متن)

۳ (۳)

۳ صفر

۲ -3

۱ 7

۸۷. به ازای کدام عدد طبیعی a ، حاصل عبارت $2a^2 + 1$ عددی اول است؟

(صفحه های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با متن)

۴ (۳)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۸. اگر x عددی اول باشد، چند عدد اول وجود دارد که بتوان آن را به صورت $53x + 7$ نوشت؟

(صفحه های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با متن)

۴ (۳)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۹. اگر کوچکترین عدد اول دو رقمی را n و بزرگترین عدد دو رقمی را m بنامیم، حاصل عبارت $m - n$ چند شمارنده اول دارد؟

(صفحه ۲۲ کتاب درسی، مرتبط با متن و فعالیت)

۴ 539

۳ 11

۲ (۲)

۱ 121

۹۰. اگر a بزرگترین عدد اول یک رقمی و b کوچکترین عدد اول دو رقمی باشد، حاصل عبارت زیر، کدام است؟

$8 \times (a, b) = ?$

۴ 539

۳ 11

۲ (۲)

۱ 121



۹۱. ① عدد سه میلیون بر چند عدد اول متفاوت بخش پذیر است؟
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۹۲. ② بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی که بر ۳ عدد اول متفاوت بخش پذیر باشد، کدام است؟
 ۹۹۹ (۱) ۹۹۸ (۲) ۹۹۶ (۳) ۹۹۵ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۹۳. ③ اگر تعداد اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰۰۰ برابر با n باشد، کدام عبارت جبری نشان‌دهنده اعداد مرکب کوچک‌تر از ۱۰۰۰ می‌باشد؟
 ۹۹۹ - n (۱) ۹۹۸ - n (۲) ۱۰۰۱ - n (۳) ۱۰۰۰ - n (۴) (صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۳)
۹۴. ④ حاصل ضرب شمارنده‌های اول متمایز عدد ۴۲۰۰ چند است؟
 ۱۰۵۰ (۱) ۴۲۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۹۵. ⑤ تعداد شمارنده‌های اول کدام گزینه با سایر گزینه‌ها تفاوت دارد؟
 ۲۲۰ (۱) ۲۸۰ (۲) ۵۲۵ (۳) ۵۳۹ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۹۶. ⑥ اعداد اول بین ۴۰ تا ۵۰ را در یکدیگر ضرب کرده‌ایم. عدد حاصل چند شمارنده دارد؟
 ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) (صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۴)
۹۷. ⑦ اگر a و b اعداد اول باشند و $a^2 \cdot b^3$ مقسوم‌علیه داشته باشد، a کدام گزینه می‌تواند باشد؟
 ۲ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی)
۹۸. ⑧ عدد طبیعی N فقط بر اعداد ۳ و ۵ بخش پذیر است. N^{20} بر چه اعداد اولی بخش پذیر است؟
 ۵ و ۲ (۱) ۵ و ۳ (۲) ۵ و ۳ و ۲ (۳) ۲ و ۳ (۴) (صفحه‌های ۲۰ و ۲۱، مکمل و مرتبط با متن)
۹۹. ⑨ چند عدد کوچک‌تر از ۲۰۰ داریم که دقیقاً سه شمارنده دارند؟
 ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۱۰. ⑩ تعداد شمارنده‌های عدد 49^7 کدام است؟
 ۸ (۱) ۷ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مکمل و مرتبط با فعالیت)



۱۰. ① اگر تعداد شمارنده‌های $x^2 \cdot y^3$ برابر با ۲۴ باشد، مقدار n برابر است با: (x و y عدد اول اند).
 ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مکمل و مرتبط با فعالیت)
۱۱. ② مجذور عددی ۱۳ شمارنده طبیعی دارد. مکعب این عدد چند شمارنده طبیعی دارد؟
 ۲۰ (۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۵ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مکمل و مرتبط با فعالیت)
۱۲. ③ تعداد شمارنده‌های مرکب عدد ۸۰۰ کدام است؟
 ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) (صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی، مکمل و مرتبط با متن)
۱۳. ④ در چه صورتی ب.م.م و ک.م.م دو عدد با هم برابر می‌شوند؟
 ۱) اگر هر دو عدد اول باشند.
 ۲) اگر دو عدد برابر باشند.
 ۳) اگر یکی از اعداد برابر یک باشد.
 ۴) غیرممکن است. (صفحه ۲۶ کتاب درسی، مرتبط با کار در کلاس)
۱۴. ⑤ ب.م.م سه عدد ۲۶، ۵۲، ۱۴۳ برابر کدام گزینه است؟
 ۱۳ (۱) ۱ (۲) ۲۶ (۳) ۲ (۴) (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی)
۱۵. ⑥ کدام گزینه درست است؟
 ۱) $(8, 12) = 4$ (۱) ۲) $(15, 30) = 5$ (۲) ۳) $(24, 6) = 3$ (۳) ۴) $(3, 2) = 1$ (۴) (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی)
۱۶. ⑦ کدام یک از اعداد زیر را نمی‌توان به صورت حاصل ضرب ۵ عدد طبیعی مختلف بزرگ‌تر از ۱ نوشت؟
 ۵۰۲ (۱) ۶۲ (۲) ۲۱۵ (۳) ۳۱۲ (۴) (صفحه ۲۱ کتاب درسی، مکمل و مرتبط با کار در کلاس)
۱۷. ⑧ معلم یک کلاس، ۱۵۰ عدد کیک را بین گروهی از دانش‌آموزان به صورت مساوی تقسیم نمود و ۱۰۵ عدد ساندویس نیز بین آن‌ها به طور مساوی تقسیم شد. حداکثر تعداد دانش‌آموزان گروه چند نفر است؟
 ۶ (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) (صفحه ۲۲ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۱۸. ⑨ a ، b و c اعدادی اول هستند. اگر $a \times b \times c = 154$ باشد، $a + b + c$ کدام است؟
 ۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مکمل فعالیت)
۱۹. ⑩ عددی اول مانند p داریم. دقیقاً چند عدد کوچک‌تر از p و بزرگ‌تر از یک وجود دارد که نسبت به p اول باشد؟ (صفحه ۲۲ کتاب درسی، مکمل فعالیت)
 ۱) $p - 2$ (۱) ۲) $p - 1$ (۲) ۳) p (۳) ۴) $p^2 - 1$ (۴)

۱۱۱. کدام گزینه شمارنده‌های اول بیش تری دارد؟

۱) ۲۵

۲) ۲۰۰

۳) ۵۲

۴) ۲۲۲

(صفحه‌های ۲۲ تا ۲۳ کتاب درسی)

۱۱۲. همهٔ اعداد اول کوچک‌تر از ۱۵۰ را در یک‌دیگر ضرب می‌کنیم و آن را A می‌نامیم. عدد $A + 1$ چند مقسوم‌علیه اول دورقمی دارد؟

۱) ۱۱

۲) ۱۲

۳) ۲

۴) صفر

(صفحه‌های ۲۲ تا ۲۳ کتاب درسی، مکمل ص)

۱۱۳. چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۳۰ وجود دارد که نسبت به عدد ۱۵ اول هستند؟

۱) ۱۵

۲) ۱۶

۳) ۱۷

۴) ۱۸

(صفحه ۲۲ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)

۱۱۴. میانگین ۲ عدد اول ۸۰ است. میانگین ۲ عدد اول بزرگ‌تر چیست؟

۱) ۱۰۰

۲) ۱۱۵

۳) ۱۱۶

۴) ۱۱۹

(صفحه ۲۳ کتاب درسی، مکمل تمرین ۵)

۱۱۵. کدام عدد نسبت به عدد ۱۴۴۰ اول است؟

۱) ۱۳۹۵

۲) ۱۳۷۷

۳) ۲۰۱۴

۴) ۱۳۶۷

(صفحه ۲۲ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)

درسنامه ۲: تعیین اعداد اول

اصفحه‌های ۲۳ تا ۲۷ ریاضی هشتم

برای اینکه مشخص کنیم بین دو عدد a و b چه اعداد اولی وجود دارد، ابتدا تمامی اعداد طبیعی بین a و b را می‌نویسیم و سپس به ترتیب کارهای زیر را انجام می‌دهیم.

۱) عدد ۱ را (در صورت وجود) خط می‌زنیم.

۲) مضرب‌های مرکب عدد اول ۲ را خط می‌زنیم.

۳) مضرب‌های مرکب عدد اول ۳ را خط می‌زنیم.

۴) مضرب‌های مرکب عدد اول ۵ را خط می‌زنیم.

۵) خط زدن مضرب‌های مرکب اعداد اول را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مربع آن در بین عددهای نوشته شده نباشد؛ یعنی بزرگ‌تر از عددهای نوشته شده باشد.

۶) به این ترتیب، تمامی اعداد باقی‌مانده، اعدادی اول هستند.

نکته ۱۱۱ روش بالا را که برای تعیین اعداد اول به‌کار می‌رود، «روش غربال» می‌گویند که توسط شخصی به نام «اراتستن» ارائه شد.

● مثال ۱: به روش غربال، اعداد اول ۱ تا ۵۰ را تعیین کنید.

○ حل: پس از نوشتن اعداد ۱ تا ۵۰، مراحل زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم.

۱) ابتدا عدد ۱ را خط می‌زنیم.

۲) عدد ۲ را نگه داشته و تمامی مضرب‌های آن را خط می‌زنیم.

۳) تمامی مضرب‌های مرکب ۳ و ۵ و ۷ را نیز به ترتیب خط می‌زنیم (در صورتی که مضرب‌هایی از این اعداد قبلاً خط خورده باشند، نیاز به خط زدن مجدد نیست).

۴) نیازی به خط زدن مضرب‌های مرکب عدد اول ۱۱ و مضارب مرکب اعداد اول بالاتر از آن نیست؛ زیرا تمامی اعداد ۱ تا ۵۰ از مجذور عدد ۱۱ (یعنی ۱۲۱) کوچک‌تر هستند.

۵) اعداد خط نخورده همگی اول هستند که عبارتند از:

۱ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱ ۳۷ ۴۱ ۴۳ ۴۷

۱) ۱۳ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱ ۳۷ ۴۱ ۴۳ ۴۷

۲) ۱۳ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱ ۳۷ ۴۱ ۴۳ ۴۷

۳) ۱۳ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱ ۳۷ ۴۱ ۴۳ ۴۷

۴) ۱۳ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱ ۳۷ ۴۱ ۴۳ ۴۷

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷

● مثال ۲: اعداد اول ۶۰ تا ۹۰ را به روش غربال تعیین کنید.

○ حل:

- ابتدا اعداد ۶۰ تا ۹۰ را می‌نویسیم.

- سپس تمامی مضارب مرکب اعداد اول ۲ و ۳ و ۵ و ۷ را به ترتیب خط می‌زنیم.

- نیازی به خط زدن مضارب مرکب عدد اول ۱۱ و مضارب مرکب اعداد اول بالاتر از آن نیست.

- اعداد خط نخورده، اعدادی اول هستند که عبارتند از:

۶۱ ۶۷ ۷۱ ۷۳ ۷۹ ۸۳ ۸۹

۶۱ ۶۷ ۷۱ ۷۳ ۷۹ ۸۳ ۸۹

۶۱ ۶۷ ۷۱ ۷۳ ۷۹ ۸۳ ۸۹

۶۱ ۶۷ ۷۱ ۷۳ ۷۹ ۸۳ ۸۹

۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳, ۸۹

نکته ۱۱۱ در روش غربال برای اعداد ۱ تا ۱۰۰:

الف) عدد ۴۹ مرکب برای اولین بار توسط عدد اول ۲ خط می‌خورد.

ب) ۱۶ عدد توسط عدد اول ۳ خط می‌خورد. (قبلاً خط نخورده‌اند).

ج) ۶ عدد برای اولین بار توسط عدد اول ۵ خط می‌خورد.

د) ۳ عدد (۹۱, ۷۷, ۴۹) برای اولین بار توسط عدد اول ۷ خط می‌خورند.

سؤال

عدد ۸۵ چندمین عددی است که در روش غربال توسط یک عدد اول برای اولین بار خط می‌خورد؟
پاسخ: عدد ۸۵ توسط عدد اول ۵ خط می‌خورد. قبل از آن ۴۱ عدد توسط عدد ۲ و ۱۳ عدد توسط عدد ۳ خط خورده‌اند و عدد ۸۵ پنجمین عددی است که توسط عدد اول ۵ خط می‌خورد؛ بنابراین داریم:

$$41 + 13 + 5 = 59$$

یعنی عدد ۸۵، پنجاه و نهمین عددی است که توسط یک عدد اول خط می‌خورد.

سؤال

در روش غربال عدد ۸۴ توسط چند عدد اول مختلف خط می‌خورد؟

پاسخ

پس از تجزیه عدد ۸۴ داریم:

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

یعنی این عدد توسط سه عدد اول ۲ و ۳ و ۷ خط می‌خورد.

تعیین اول یا مرکب بودن یک عدد به روش بخش‌پذیری « برای اینکه تشخیص دهیم عددی اول است یا مرکب، آن عدد را به ترتیب بر اعداد اول $2, 3, 5, 7, \dots$ تقسیم می‌کنیم (بخش‌پذیری آن را بررسی می‌کنیم). این بخش‌پذیری را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مجذور آن عدد اول از عدد مورد نظر بزرگ‌تر شود. اگر عدد مورد نظر بر هیچ عدد اولی بخش‌پذیر نبود، عددی اول است اما اگر بر یکی از اعداد اول بخش‌پذیر بود، عددی مرکب به حساب می‌آید.

● مثال ۱: عدد ۱۲۷ عددی اول است یا مرکب؟ چرا؟

○ حل: ابتدا باید تعیین کنیم بخش‌پذیری این عدد را تا چه عدد اولی ادامه دهیم.

$$11^2 = 121 < 127, 13^2 = 169 > 127$$

بنابراین بخش‌پذیری را برای اعداد ۲ تا ۱۱ بررسی می‌کنیم.

- (۱) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۲ بخش‌پذیر است؟ خیر
- (۲) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۳ بخش‌پذیر است؟ خیر
- (۳) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۵ بخش‌پذیر است؟ خیر
- (۴) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۷ بخش‌پذیر است؟ خیر
- (۵) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۱۱ بخش‌پذیر است؟ خیر

همان‌طور که مشاهده شد، عدد ۱۲۷ بر هیچ‌کدام از اعداد اول ۲ تا ۱۱ بخش‌پذیر نبود، بنابراین عددی اول است.

● مثال ۲: عدد ۱۱۹ عددی اول است یا مرکب؟ چرا؟

○ حل:

باید بخش‌پذیری را تا عدد اول ۷ ادامه دهیم.

- (۱) آیا عدد ۱۱۹ بر عدد ۲ بخش‌پذیر است؟ خیر
- (۲) آیا عدد ۱۱۹ بر عدد ۳ بخش‌پذیر است؟ خیر
- (۳) آیا عدد ۱۱۹ بر عدد ۵ بخش‌پذیر است؟ خیر
- (۴) آیا عدد ۱۱۹ بر عدد ۷ بخش‌پذیر است؟ بله

$$7^2 = 49 < 119$$

$$11^2 = 121 > 119$$

$$\begin{array}{r} 119 \quad | \quad 7 \\ -119 \quad 17 \\ \hline \dots \end{array}$$

بنابراین عدد ۱۱۹ عددی مرکب است. زیرا بر عدد ۷ بخش‌پذیر است.

سؤال

پیمانه ۱۳

سری ۱

صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ ریاضی هشتم

تعیین عددهای اول

۱۱۶. ① در الگوریتم غربال برای جداسازی اعداد اول، اولین عددی که مضرب خط نخورده عدد ۱۱ است و باید خط بخورد چه عددی است؟
(صفحه ۲۵ کتاب درسی، مشابه فعالیت ۲)
۱۱۷. ② در روش غربال، اولین مضرب یک عدد اول که خط می‌خورد چیست؟
(۱) خود عدد (۲) مجذور عدد (۳) دو برابر عدد (۴) سه برابر عدد
(صفحه ۲۵ کتاب درسی، مشابه فعالیت ۱)
۱۱۸. ③ در الگوریتم غربال اعداد ۱ تا ۳۰۰، مضرب‌های کدام عدد اول به وسیله آن عدد خط نمی‌خورند؟
(۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۷ (۴) ۲۳
(صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۱)
۱۱۹. ④ رضا می‌خواهد به کمک الگوریتم غربال، اعداد اول ۱ تا ۲۰۰ را مشخص کند. او باید حداقل مضرب‌های چند عدد اول را خط بزند؟
(۱) ۶ (۲) ۱۳ (۳) ۸ (۴) ۷
(صفحه ۲۶ کتاب درسی، مرتبط با کار در کلاس)
۱۲۰. ⑤ برای یافتن اعداد اول ۱ تا ۱۰۰ از الگوریتم غربال استفاده کرده‌ایم. پنجاه و سومین عددی که خط می‌خورد، کدام است؟
(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۱ (۴) ۲۷
(صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۱)

سؤال

عدد ۸۵ چندمین عددی است که در روش غربال توسط یک عدد اول برای اولین بار خط می‌خورد؟
پاسخ: عدد ۸۵ توسط عدد اول ۵ خط می‌خورد. قبل از آن ۴۱ عدد توسط عدد ۲ و ۱۳ عدد توسط عدد ۳ خط خورده‌اند و عدد ۸۵ پنجمین عددی است که توسط عدد اول ۵ خط می‌خورد؛ بنابراین داریم:

$$41 + 13 + 5 = 59$$

یعنی عدد ۸۵، پنجاه و نهمین عددی است که توسط یک عدد اول خط می‌خورد.

سؤال

در روش غربال عدد ۸۴ توسط چند عدد اول مختلف خط می‌خورد؟

پاسخ

پس از تجزیه عدد ۸۴ داریم:

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

یعنی این عدد توسط سه عدد اول ۲ و ۳ و ۷ خط می‌خورد.

تعیین اول یا مرکب بودن یک عدد به روش بخش‌پذیری « برای اینکه تشخیص دهیم عددی اول است یا مرکب، آن عدد را به ترتیب بر اعداد اول $2, 3, 5, 7, \dots$ تقسیم می‌کنیم (بخش‌پذیری آن را بررسی می‌کنیم). این بخش‌پذیری را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مجذور آن عدد اول از عدد مورد نظر بزرگ‌تر شود. اگر عدد مورد نظر بر هیچ عدد اولی بخش‌پذیر نبود، عددی اول است اما اگر بر یکی از اعداد اول بخش‌پذیر بود، عددی مرکب به حساب می‌آید.

● مثال ۱: عدد ۱۲۷ عددی اول است یا مرکب؟ چرا؟

○ حل: ابتدا باید تعیین کنیم بخش‌پذیری این عدد را تا چه عدد اولی ادامه دهیم.

$$11^2 = 121 < 127, 13^2 = 169 > 127$$

بنابراین بخش‌پذیری را برای اعداد ۲ تا ۱۱ بررسی می‌کنیم.

(۱) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۲ بخش‌پذیر است؟ خیر

(۲) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۳ بخش‌پذیر است؟ خیر

(۳) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۵ بخش‌پذیر است؟ خیر

(۴) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۷ بخش‌پذیر است؟ خیر

(۵) آیا عدد ۱۲۷ بر عدد ۱۱ بخش‌پذیر است؟ خیر

همان‌طور که مشاهده شد، عدد ۱۲۷ بر هیچ‌کدام از اعداد اول ۲ تا ۱۱ بخش‌پذیر نبود، بنابراین عددی اول است.

● مثال ۲: عدد ۱۱۹ عددی اول است یا مرکب؟ چرا؟

○ حل:

باید بخش‌پذیری را تا عدد اول ۷ ادامه دهیم.

(۱) آیا عدد ۱۱۹ بر عدد ۲ بخش‌پذیر است؟ خیر

(۲) آیا عدد ۱۱۹ بر عدد ۳ بخش‌پذیر است؟ خیر

(۳) آیا عدد ۱۱۹ بر عدد ۵ بخش‌پذیر است؟ خیر

(۴) آیا عدد ۱۱۹ بر عدد ۷ بخش‌پذیر است؟ بله

$$7^2 = 49 < 119$$

$$11^2 = 121 > 119$$

$$\begin{array}{r} 119 \quad | \quad 7 \\ -119 \quad 17 \\ \hline \dots \end{array}$$

بنابراین عدد ۱۱۹ عددی مرکب است. زیرا بر عدد ۷ بخش‌پذیر است.

سؤال

پیمانه ۱۳

سری ۱

صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ ریاضی هشتم

تعیین عددهای اول

۱۱۶. ① در الگوریتم غربال برای جداسازی اعداد اول، اولین عددی که مضرب خط نخورده عدد ۱۱ است و باید خط بخورد چه عددی است؟

(صفحه ۲۵ کتاب درسی، مشابه فعالیت ۲)

- ۲۲ (۱)
- ۱۱ (۲)
- ۱۲۱ (۳)
- ۷۷ (۴)

۱۱۷. ② در روش غربال، اولین مضرب یک عدد اول که خط می‌خورد چیست؟

(صفحه ۲۵ کتاب درسی، مشابه فعالیت ۱)

- ۱) خود عدد
- ۲) مجذور عدد
- ۳) دو برابر عدد
- ۴) سه برابر عدد

۱۱۸. ③ در الگوریتم غربال اعداد ۱ تا ۳۰۰، مضرب‌های کدام عدد اول به وسیله آن عدد خط نمی‌خورند؟

(صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۱)

- ۱۱ (۱)
- ۱۳ (۲)
- ۱۷ (۳)
- ۲۳ (۴)

۱۱۹. ④ رضا می‌خواهد به کمک الگوریتم غربال، اعداد اول ۱ تا ۲۰۰ را مشخص کند. او باید حداقل مضرب‌های چند عدد اول را خط بزند؟

(صفحه ۲۶ کتاب درسی، مرتبط با کار در کلاس)

- ۶ (۱)
- ۱۳ (۲)
- ۸ (۳)
- ۷ (۴)

۱۲۰. ⑤ برای یافتن اعداد اول ۱ تا ۱۰۰ از الگوریتم غربال استفاده کرده‌ایم. پنجاه و سومین عددی که خط می‌خورد، کدام است؟

(صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۱)

- ۱۲ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۲۱ (۳)
- ۲۷ (۴)

۱۲۱. ⑥ در الگوریتم غربال، برای تعیین اعداد اول از ۱ تا ۵۰۰۰، کدام یک از اعداد زیر دیرتر خط می‌خورند؟
 (۱) ۲۹۲۹ (۲) ۲۱۴۱ (۳) ۲۶۲۵ (۴) ۲۸۰۱
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۲۲. ⑦ در الگوریتم غربال برای یافتن اعداد کوچک‌تر از ۱۳۹۳، سیصد و شصت و پنجمین عددی که خط می‌خورد، چیست؟
 (۱) ۵۳۰ (۲) ۷۳۰ (۳) ۵۱۳ (۴) ۷۱۲
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۲۳. ⑧ اعداد اول ۱ تا ۶۰ را غربال کرده‌ایم. چند عدد خط می‌خورند؟
 (۱) ۲۲ (۲) ۴۲ (۳) ۴۴ (۴) ۴۱
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۲۴. ⑨ در الگوریتم غربال اعداد ۱ تا ۱۰۰، عدد ۲۵، چندمین عددی است که خط می‌خورد؟
 (۱) شصت و ششمین (۲) پنجاه و هفتمین (۳) پنجاه و نهمین (۴) شصت و هفتمین
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۲۵. ⑩ در الگوریتم غربال برای مشخص کردن اعداد اول کوچک‌تر از ۵۰۰۰، چند عدد مضرب ۳ وجود دارد که توسط عدد ۳ خط می‌خورند؟
 (۱) ۸۳۲ (۲) ۸۳۴ (۳) ۸۳۲ (۴) ۱۳۶۴
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مکمل و مرتبط با تمرین ۵)



پیمانه ۱۴

سری ۲

صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ ریاضی هشتم

تعیین عددهای اول

۱۲۶. ① در الگوریتم غربال اعداد ۱ تا ۱۰۰۰، عدد ۲۱۰ چند بار خط می‌خورد؟ (فرض کنید هر بار در هر مضرب عدد اول خط می‌خورد).
 (صفحه ۲۴ کتاب درسی، مکمل و مرتبط با فعالیت)
۱۲۷. ② در تعیین اعداد اول کوچک‌تر از ۵۰ به روش غربال، کدام عدد بیش‌تر از سایر اعداد خط می‌خورد؟ (فرض کنید هر بار در هر مضرب عدد اول خط می‌خورد).
 (۱) ۱ بار (۲) ۲ بار (۳) ۷ بار (۴) ۵ بار
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۲۸. ③ در الگوریتم غربال برای پیدا کردن اعداد اول بین ۱ تا ۱۳۹۱، آخرین عدد حذف شده کدام است؟
 (۱) ۱۳۹۰ (۲) ۱۳۸۷ (۳) ۱۳۷۱ (۴) ۱۳۶۹
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۲۹. ④ علی اعداد کوچک‌تر از ۳۰۰۰ را با روش غربال برای پیدا کردن اعداد اول خط زده است. به ترتیب از سمت راست به چپ، ترتیب خط خوردن اعداد گزینه‌های زیر چگونه است؟
 (۱) ۱۹۷۰، ۲۱۵۴، ۲۸۰۲، ۱۰۷۷ (۲) ۲۱۵۴، ۱۹۷۰، ۲۸۰۲، ۱۰۷۷ (۳) ۱۹۷۰، ۲۱۵۴، ۱۰۷۷، ۲۸۰۲ (۴) ۲۸۰۲، ۲۱۵۴، ۱۹۷۰، ۱۰۷۷
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۳۰. ⑤ عددی بین ۱۴۴ و ۱۶۸ را در نظر می‌گیریم. برای این‌که بفهمیم این عدد اول است یا نه، طبق الگوریتم غربال حداکثر چند تقسیم باید انجام شود؟
 (۱) ۷ تقسیم (۲) ۵ تقسیم (۳) ۳ تقسیم (۴) بین ۱۴۴ و ۱۶۸ عدد اولی وجود ندارد
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)



پیمانه ۱۵

صفحه‌های ۱۹ تا ۲۸ ریاضی هشتم

جمع‌بندی

۱۳۱. ① کدام یک از اعداد زیر عددی اول است؟
 (۱) ۱۱۷ (۲) ۱۱۹ (۳) ۱۲۱ (۴) ۱۲۷
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۳۲. ② حاصل ضرب دو عدد اول ۲۵۴ شده است. دربارهٔ مجموع این دو عدد کدام گزینه صحیح است؟
 (۱) بر عدد ۷ بخش‌پذیر است. (۲) عددی اول است. (۳) بر عدد ۱۱ بخش‌پذیر است. (۴) بر عدد ۳ بخش‌پذیر است.
 (صفحه ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)
۱۳۳. ③ کدام یک از اعداد زیر فقط ۲ آرایش مستطیلی دارند؟
 (۱) ۱۲۵ (۲) ۹۷ (۳) ۸۴ (۴) ۹۱
 (صفحه ۲۰ کتاب درسی، مشابه فعالیت)
۱۳۴. ④ کدام دو عدد زیر نسبت به هم اول هستند؟
 (۱) ۶۳، ۴۵ (۲) ۱۱۷، ۵۶ (۳) ۱۶۵، ۶۶ (۴) ۴۲، ۶۰
 (صفحه ۲۲ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۱۳۵. ⑤ پنج عدد طبیعی متمایز داریم که دو‌تای آن‌ها اول هستند. در این صورت ب.م.م این پنج عدد برابر است با:
 (۱) کوچک‌ترین عدد اول (۲) بزرگ‌ترین عدد اول (۳) حاصل ضرب اعداد (۴) یک
 (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی)
۱۳۶. ⑥ به چند طریق می‌توان عدد ۲۰۱۹ را به صورت مجموع دو عدد اول نمایش داد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
 (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷ کتاب درسی)
۱۳۷. ⑦ اگر $30 = (2a, 2a) + (5a, 2a)$ ، حاصل $[9a, 2a]$ کدام است؟
 (۱) ۱۸ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۳۶۰
 (صفحه ۲۲ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۱۳۸. ⑧ کدام گزینه دربارهٔ حاصل $5^{19} + 7^{63}$ درست است؟
 (۱) مربع کامل است. (۲) فرد است. (۳) زوج است. (۴) اول است.
 (صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۱۳۹. ⑨ اگر $30 = [a, a+1]$ حاصل $(2a, a+4)$ کدام است؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۲
 (صفحه ۲۲ کتاب درسی، مرتبط با فعالیت)
۱۴۰. ⑩ در روش غربال برای تعیین اعداد اول ۲۰۰ تا ۳۰۰، کدام عدد توسط اعداد اول کم‌تری خط می‌خورد؟
 (۱) ۲۲۵ (۲) ۲۸۹ (۳) ۲۳۱ (۴) ۲۷۳
 (صفحه ۲۷ کتاب درسی، مرتبط با تمرین ۵)